

Ingeniería Técnica de Telecomunicaciones
Ampliación de Física – Curso 2009/10
Oscilaciones – Problemas (1)

1.- Un bote se balancea arriba y abajo. El desplazamiento vertical del bote, $y(t)$, viene dado por:

$$y(t) = 1,2 \cos(t/2 + \pi/6) \quad (\text{m})$$

- a) Determinar la amplitud, frecuencia angular, fase inicial, frecuencia y periodo de movimiento.
- b) ¿Dónde se encuentra el bote en $t=1$ s?
- c) Determinar la velocidad y aceleración en cualquier tiempo t .
- d) Calcular la posición inicial, la velocidad y la aceleración del bote.

2.- Una masa que oscila, libremente y sin rozamiento, ligada a un muelle de constante elástica 100 N/m está sometida a una aceleración máxima de 5 m/s^2 y posee una energía cinética máxima de 2 J:

- a) Determine la amplitud de oscilación y la masa del oscilador.
- b) Determine el período de oscilación.
- c) Determine la energía elástica máxima y la energía total del movimiento.
- d) ¿Cómo cambian la respuesta a los apartados b) y c) si se duplica la amplitud de la oscilación?

3.- Determinar la ecuación del movimiento de un cuerpo puntual de masa m sujeto al techo por un muelle de constante elástica k y longitud natural l_0 . ¿Se trata de un movimiento armónico simple? Si es así, ¿cuál sería su período si $k=160 \text{ N/m}$, $m=10 \text{ kg}$ y $l_0=30 \text{ cm}$?

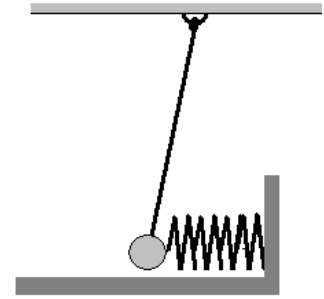
4.- Un bloque de 250 g apoyado sobre un suelo horizontal sin rozamiento, está unido a una pared por medio de dos resortes cuya masa es despreciable y cuyas constantes elásticas tienen respectivamente los valores de $K_1=10.0 \text{ N/m}$ y $K_2=30.0 \text{ N/m}$. Si lo separamos 6.0 cm de su posición de equilibrio, calcule:

- a) El periodo de oscilación del bloque.
- b) La velocidad máxima que adquiere.

5.- Una masa m se desliza sin rozamiento sobre una superficie horizontal conectada a dos paredes, una frente a otra, mediante dos muelles idénticos de constante elástica k y longitud natural l_0 . En la posición de equilibrio, ambos muelles están estirados hasta una longitud l .

- a) Suponga que la masa está limitada a desplazarse únicamente en la dirección paralela a los muelles. Demuestre que el movimiento es armónico simple y determine su frecuencia en términos de los parámetros del sistema.
- b) Considere ahora que la masa sólo puede moverse en la dirección transversal a los muelles. Pruebe que, para desplazamientos pequeños, el movimiento de la masa es armónico simple y obtenga su frecuencia.
- c) Demuestre que, para pequeños desplazamientos, el movimiento de la masa en el plano consiste en la composición de dos movimientos armónicos simples en las direcciones X (paralela a los muelles) e Y (perpendicular a los muelles).
- d) Con unas determinadas condiciones iniciales, se observa que la trayectoria descrita por la masa m tiene forma de parábola. Determine la longitud natural de los muelles, sabiendo la longitud de cada uno de ellos en la posición de equilibrio vale 1 m.

6.- Se tiene un sistema físico como el descrito en la siguiente figura, y en el que es importante asumir que la amplitud de las posibles oscilaciones es muy pequeña. Si la lenteja del péndulo tiene una masa m , la longitud del mismo es l y el muelle posee una constante k , determinar:



- la ecuación que rige su movimiento;
- la frecuencia y el periodo del movimiento que describe;
- su posición en función del tiempo.

(Se supone que no hay rozamiento en ninguna parte del sistema).

7.- Se aprecia que, en un determinado circuito LC, los máximos de carga en el condensador, con un valor de 2 nC , ocurren 0.05 ms después de los máximos de corriente. Sabiendo además que la máxima energía que llega a almacenarse en el condensador es de 25 pJ , determine:

- La frecuencia propia del circuito
- la amplitud de la intensidad de corriente
- la energía máxima almacenada en la bobina, y la energía total del circuito.
- Los valores de la capacidad C y de la autoinducción L .

8.- En un circuito LC, el período de las oscilaciones libres vale $6.28 \text{ } \mu\text{s}$:

- Escriba la expresión de la carga $q(t)$ en las placas del condensador en función del tiempo si en el instante $t=0 \text{ s}$ se tiene que la carga es de 1 nC y la intensidad de corriente i que recorre el circuito es de 0 A .
- ¿Cuánto vale la autoinducción si la capacidad es de 1 nF ?
- ¿En qué instantes se tiene que la carga es de 0.5 nC ? ¿Cuánto vale la intensidad de corriente en esos instantes?
- Represente un ciclo completo de la oscilación de carga y de corriente. ¿Cuánto vale el desfase entre ellas?
- Determine la energía total almacenada en el circuito.

9.- Un circuito LC presenta oscilaciones con amplitudes de $1 \text{ } \mu\text{C}$, en la carga del condensador, y de 5 mA en la intensidad de corriente. En un instante t_1 en que el condensador se halla al máximo de carga, se conecta en serie con los otros dos elementos una resistencia de $10 \text{ } \Omega$, lo que conduce a un régimen de oscilaciones amortiguadas. En el instante $t_1+1.5 \text{ ms}$, la carga del condensador alcanza por primera vez un nuevo máximo con el mismo signo que en t_1 .

- ¿Cuál es el valor de la carga del condensador en ese nuevo máximo?
- ¿Qué resistencia debería haberse intercalado para descargar el condensador con la mayor rapidez?

10.- Sea un circuito LC conectado a una fuente continua que suministra una tensión V_0 . Si la capacidad del condensador es C_0 y la autoinducción L_0 , determine la carga y la intensidad sabiendo que en $t=0$ la carga es máxima y vale Q_0 .

11.- Un circuito RLC oscila en un régimen forzado estacionario, conectado a una fuente de alimentación que suministra el siguiente voltaje alterno:

$$V(t) = 10 \cos(20 \times 10^3 t) \text{ (V) y tiempo en s}$$

La oscilación de la carga en las placas del condensador viene dada por la expresión:

$$q(t) = 25 \times 10^{-6} \text{ sen}(20 \times 10^3 t) \text{ (C) y tiempo en s}$$

Con estos datos, determine, justificando adecuadamente sus respuestas:

- La frecuencia natural ω_0 del circuito.
- La capacidad, la autoinducción y la resistencia del circuito si se sabe que la resonancia en amplitud ocurre a una frecuencia de 3035 Hz.

12.- Un circuito RLC alimentado por una fuente de corriente alterna, que suministra un voltaje sinusoidal con un máximo de 5V y una frecuencia de 125 Hz, presenta máximos de intensidad de corriente de 1.5 mA, que preceden en 1 ms a los máximos del voltaje aplicado. Sabiendo que el circuito está diseñado para alcanzar la descarga definitiva del condensador en el plazo más breve posible en caso de ser retirada la fuente, determine:

- El valor máximo de la carga en el condensador y en qué instante aparece con respecto al máximo voltaje aplicado al circuito.
- La frecuencia natural del circuito
- La resistencia, la capacidad y el coeficiente de autoinducción del circuito.
- La energía total del circuito en un instante dado. ¿Es esta energía constante? ¿Es periódica? ¿Qué condición debería cumplirse para lograr que la energía del circuito forzado fuese constante?
- La variación de la carga si se retira la fuente en un instante en el que el condensador se encuentra con su carga máxima.

13.- Un oscilador presenta el siguiente desplazamiento (en m) en función del tiempo:

$$x(t) = 0.1 \cos\left(40t - \frac{3\pi}{4}\right)$$

y su energía total (en J) en un instante determinado (t en s) viene dada por:

$$E(t) = 0.5 \cos^2\left(40t - \frac{3\pi}{4}\right) + 32 \text{ sen}^2\left(40t - \frac{3\pi}{4}\right)$$

- Señale si el movimiento es armónico simple o no (justifique su respuesta).
- Obtenga la frecuencia natural del oscilador.
- Si el oscilador sufre un rozamiento con un coeficiente $b=24 \text{ kg/s}$, determine la fuerza externa que actúa sobre él.
- Justifique que el oscilador con los parámetros descritos presentaría oscilaciones amortiguadas en caso de moverse libremente. ¿En qué porcentaje decaerían la amplitud y la energía de las oscilaciones en cada ciclo completo?

14.- El movimiento de un cierto objeto está descrito por la expresión:

$$X(t) = 26 \cos(2t) \cos(32t)$$

donde $X(t)$ se expresa en metros y t en segundos. ¿Es un movimiento armónico simple? ¿por qué? ¿Cuáles son las frecuencias fundamentales de esta oscilación? Si la expresión anterior describe una pulsación, ¿Cuáles serían las expresiones de los dos movimientos armónicos simples que la componen asumiendo que ambos tienen la misma amplitud?

15.- Una masa m se desliza sin rozamiento sobre una superficie horizontal, ligada a uno de los extremos de un muelle de constante elástica k . El otro extremo del muelle permanece fijo en una pared. En el instante $t=0$ s., con la masa en reposo en su posición de equilibrio, comienza a aplicarse sobre ella una fuerza que depende del tiempo según la expresión:

$$F(t) = 10\cos(40t) \text{ (N, } t \text{ en s.)}$$

Sabiendo que el movimiento resultante presenta pulsaciones con una frecuencia de batido de $\frac{2}{\pi}$ Hz, y una amplitud máxima de 60 cm., y que la respuesta a la fuerza aplicada se encuentra en oposición de fase con ella, se pide:

- a) Determinar la frecuencia natural, la masa y la constante elástica del oscilador.
- b) Escribir la posición de la masa en función del tiempo.
- c) Indicar si se trata de un movimiento periódico. En caso afirmativo, señalar cuál sería su período.
- d) Escribir la energía total del oscilador en cualquier instante de tiempo. Si no actuase la fuerza aplicada, ¿cuánto valdría la energía total?

(Referencia prob. 14: A. P. French, Vibraciones y Ondas, capítulo 4, pág. 104-, Ed. Reverté)