Universidad de Alcalá

Departamento de Física

Soluciones Ampliación de Física–Septiembre 2002

P1) Se deja caer una masa de 0.6 kg en el seno de un fluido viscoso, observándose que alcanza una velocidad constante de 0.3 m/s. Si dicha masa se une a un resorte haciéndose oscilar en el seno del mismo fluido, determine
a) el coeficiente de amortiguamiento γ de las oscilaciones.
b) la constante elástica del resorte de forma que el sistema lleve a cabo un amortiguamiento crítico.
c) la constante elástica del resorte de forma que el sistema alcance una amplitud máxima cuando se le aplica una fuerza armónica con frecuencia de 2 Hz.

Solución:
a) La caída con velocidad constante se alcanza cuando la fuerza gravitatoria ($P = mg$) y la fuerza de rozamiento viscoso ($F_R = \lambda v$, donde λ [kg/s] es la constante de amortiguamiento) se equilibran:

$$mg = \lambda v \rightarrow \lambda = \frac{mg}{v}.$$

El coeficiente de amortiguamiento γ será

$$\gamma = \frac{\lambda}{2m} = \frac{g}{2v} = \frac{9.8}{2 \times 0.3} = 16.3 \text{ s}^{-1}.$$

b) Para que haya amortiguamiento crítico debe cumplirse la condición $\omega_0 = \gamma$, donde ω_0 es la frecuencia natural de oscilación. La constante elástica será

$$k = m\omega_0^2 = m\gamma^2 = 0.6 \times 16.3^2 = 160 \text{ N m}^{-1}.$$

c) Según el enunciado el sistema entra en resonancia con una frecuencia $\omega_R = 2\pi f = 4\pi$ rad/s. Dado que

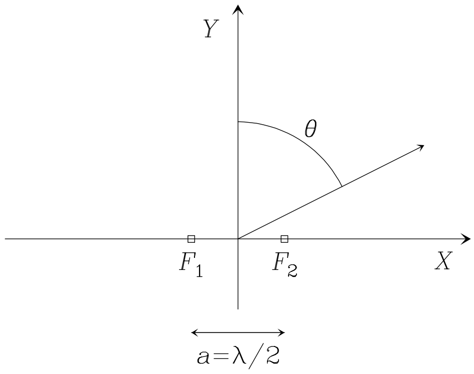
$$\omega_R^2 = \omega_0^2 - 2\gamma^2,$$

tendremos

$$k = m(\omega_R^2 + 2\gamma^2) = 414 \text{ N m}^{-1}.$$

P2) Los focos F_1 y F_2 de la figura emiten ondas esféricas de la misma frecuencia y con igual potencia. Si la distancia entre los focos es a= $\lambda/2$, determine, utilizando la aproximación de rayos paralelos, en qué direcciones θ (ángulo medido a partir de la dirección definida por el eje Y y tomado positivo según se indica en la figura) se detectarán máximos de intensidad, en los supuestos siguientes:
a) Los focos oscilan en fase.
b) Los focos oscilan con una diferencia de fase $\phi_2 - \phi_1 = \pi/3$.
c) Exprese, en función del tiempo, la diferencia de fase de emisión de los focos ($\phi_2 - \phi_1(t)$) de forma que el lóbulo barra (explore) la región entre $-40°$ y $40°$ con una velocidad $V = 10^2$ (°/s) constante (condición inicial: $\theta(t = 0) = -40°$).

Solución:



A partir de la figura, la diferencia de caminos en la aproximación de los rayos paralelos es $r_1 - r_2 = a \sin\theta$, donde $a = \lambda/2$. La diferencia de fases de los movimientos ondulatorios en la dirección θ será

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{2}\sin\theta + (\phi_2 - \phi_1),$$

o bien

$$\delta = \pi \sin\theta + (\phi_2 - \phi_1).$$

Los máximos de emisión los obtendremos para $\delta = 2\pi n$, donde n es un número entero.
a) Si los focos oscilan en fase, $\phi_2 - \phi_1 = 0$, y entonces

$$\delta = \pi \sin\theta = 2\pi n \rightarrow \sin\theta = 2n,$$

que sólo tiene solución para $n = 0$:

$$\sin\theta = 0 \rightarrow \theta = 0°, 180°.$$

b) Si los focos oscilan con una diferencia de fase $\phi_2 - \phi_1 = \pi/3$,

$$\delta = \pi \sin\theta + \pi/3 = 2\pi n \rightarrow \sin\theta + 1/3 = 2n,$$

que como antes sólo tiene solución para n=0:

$$\sin\theta = -1/3 \rightarrow \theta = -19.5°, -160.5°.$$

c) Para que el haz explore la región con velocidad constante, el máximo de emisión debe responder a la expresión

$$\theta(t) = \theta(t = 0) + \frac{d\theta}{dt}t = -40° + 10^2 t,$$

y como dicho máximo se obtiene de $\delta = \pi \sin\theta + (\phi_2 - \phi_1) = 0$, tendremos

$$\phi_2 - \phi_1 = -\pi \sin(-40° + 10^2 t).$$

T1) Durante el movimiento armónico simple de una masa unida a un resorte, de constante elástica k = 50 N/m, se observa que en el instante tomado como inicial (t = 0) la elongación es nula y aumenta, y que 0.3 s después la elongación es (por primera vez para t>0) máxima y de valor 7 cm. Determine:
a) El valor de la amplitud.
b) El valor de la masa m y de la frecuencia de oscilación ω_0.
c) Exprese el valor de la elongación en función del tiempo.

Solución:
a) Tal y como indica el enunciado, $A = 7$ cm.
b) El intervalo de tiempo necesario para alcanzar la máxima elongación, partiendo de elongación nula, es $T/4$, donde T es el periodo de las oscilaciones. Así,

$$T/4 = 0.3 \rightarrow T = 1.2 \text{ s} \rightarrow \omega_0 = 5.24 \text{ rad/s},$$

de donde podemos determinar la masa:

$$m = k/\omega_0^2 = 1.82 \text{ kg}$$

c) Si llamamos x a la separación respecto del equilibrio, la solución general del MAS es $x = A\cos(\omega_0 t + \phi_0)$. Del enunciado y del apartado anterior se infiere que $A = 7$ cm, $\omega_0 = 5.24$ rad/s. Como además $x(t = 0) = 0$, tendremos bien $\phi_0 = \pi/2$ o $\phi_0 = 3\pi/2$. Como en t=0 la velocidad es positiva (la elongación aumenta), concluimos que $\phi_0 = 3\pi/2$. Por tanto

$$x = 7\cos(5.24t + 3\pi/2) \text{ cm} = 7\sin(5.24t) \text{ cm}$$

T2) Una fuente de ondas armónicas electromagnéticas, de frecuencia f, emite con potencia P. La emisión es focalizada según una única dirección, determinada por el vector unitario $\vec{u}$. Si la sección del haz es S, y la velocidad de propagación de las ondas es c, determine
a) la intensidad del movimiento ondulatorio en un punto interior del haz.
b) el vector de ondas.
Nota: Exprese los resultados en función de los datos f, P, $\vec{u}$, S, y c.

Solución:
a) Dado que la potencia P emitida por el foco se distribuye en una sección S, la intensidad será

$$I = \frac{P}{S}.$$

b) El vector de ondas será

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{u} = \frac{2\pi f}{c}\vec{u}.$$

T3) Cuando ondas acústicas armónicas de frecuencia f inciden sobre una cuerda fija en sus dos extremos, se observa que ésta resuena en una configuración que muestra un total de n nodos. Si la velocidad de propagación de las ondas en el aire es c, y la cuerda tiene una longitud l, determine
a) la frecuencia f' del modo fundamental de las ondas en la cuerda.
b) la velocidad de propagación de las ondas en la cuerda.

Solución:
a) En la cuerda se forma una onda estacionaria cuya frecuencia f es igual a la frecuencia de las ondas que la excitan. Si esta onda estacionaria tiene n nodos, la frecuencia fundamental será

$$f' = \frac{f}{n-1}.$$

b) La frecuencia fundamental de las ondas estacionarias en la cuerda viene dada por

$$f' = \frac{v}{2l},$$

donde v es la velocidad de propagación de las ondas en la cuerda, y l es la longitud de la cuerda. En consecuencia obtenemos

$$v = 2lf' = \frac{2lf}{n-1}.$$

T4) Un electrón está sometido a la acción simultánea de dos campos eléctricos armónicos de la misma frecuencia f, misma amplitud E_0, y que oscilan en la misma dirección. Determine la amplitud del campo eléctrico resultante al que se verá sometido el electrón, si la diferencia de fase de los campos individuales es
a) nula
b) de π radianes
c) de $\pi/2$ radianes

Solución:
Aplicando el principio de superposición para dos oscilaciones armónicas de la misma frecuencia, la amplitud resultante del campo eléctrico será

$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos(\phi_2 - \phi_1)},$$

donde E_1, E_2, y $\phi_2 - \phi_1$ representan la amplitud del primer campo, la del segundo campo, y la diferencia de fase de oscilación entre ambos, respectivamente. Como $E_1 = E_2 \equiv E_0$, tendremos

$$E_T = \sqrt{2E_0^2[1 + \cos(\phi_2 - \phi_1)]}.$$

a) En caso de que $\phi_2 - \phi_1$=0, la expresión anterior resulta en

$$E_T = 2E_0.$$

b) En caso de que $\phi_2 - \phi_1 = \pi$, obtenemos

$$E_T = 0.$$

c) En caso de que los campos oscilen en cuadratura

$$E_T = \sqrt{2}E_0.$$