Valor eficaz

Sea la oscilación armónica

$$\psi(t) = Acos(\omega_0 t + \phi_0) \quad (1)$$

Podemos calcular el promedio de su cuadrado durante un periodo como:

$$< \psi^2(t) >= \frac{1}{T}\int_0^T A^2cos^2(\omega_0 t + \phi_0) = \frac{1}{2}A^2 \quad (2)$$

Definimos el **valor eficaz** de la oscilación como la raíz cuadrada de este promedio, es decir

$$A_{ef} = \frac{1}{\sqrt{2}}A \quad (3)$$

Energía de un M.A.S.

Cuando perturbamos alguno de los sistemas que estamos considerando, es decir, cuando estiramos el muelle del sistema masa-muelle, o cuando cargamos el condensador del circuito LC, por ejemplo, efectuamos un trabajo sobre ellos y les aportamos energía. Dado que carecen de mecanismos disipativos, estos sistemas deben conservar esa energía íntegra. En sus oscilaciones tiene lugar una alternancia entre dos formas de energía cuya suma permanece constante en todo momento.

Energía en el sistema masa-muelle

La fuerza elástica $F = -kx$ tiene asociada una energía potencial dada por

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \quad (4)$$

Como

$$x = Acos(\omega_0 t + \phi_0) \quad (5)$$

Tenemos una energía potencial dada por

$$U = \frac{1}{2}kA^2cos^2(\omega_0 t + \phi_0) \quad (6)$$

Por otra parte, al moverse la masa m con una velocidad v, tenemos una energía cinética dada por

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2 sen^2(\omega_0 t + \phi_0) \tag{7}$$

Utilizando que

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{8}$$

llegamos a

$$E_c = \frac{1}{2}kA^2 sen^2(\omega_0 t + \phi_0) \tag{9}$$

La energía total viene dada por:

$$E = U + E_c = \frac{1}{2}kA^2 \tag{10}$$

La energía pasa alternativamente de elástica a cinética, sin alterar su valor total.

Energía en el circuito LC

En el circuito LC, la energía se halla almacenada en dos formas: E_e, electrostática, en el condensador, y E_m, magnética, en la autoinducción. La primera toma la forma:

$$E_e = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2C}Q_0^2 cos^2(\omega_0 t + \phi_0) \tag{11}$$

Mientras que podemos escribir la segunda como:

$$E_m = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}L\omega_0^2 Q_0^2 sen^2(\omega_0 t + \phi_0) \tag{12}$$

Puesto que

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \tag{13}$$

podemos escribir

$$E_m = \frac{1}{2C}Q_0^2 sen^2(\omega_0 t + \phi_0) \tag{14}$$

De la suma de las dos energías se obtiene un valor que no depende del tiempo:

$$E = E_e + E_m = \frac{Q_0^2}{2C} \tag{15}$$

Como requiere el principio de conservación de la energía, la energía total en el circuito permanece constante, pasando sucesivamente de la forma electrostática en el condensador a la magnética en la autoinducción.

Problemas

- *(Cuestión T1 - examen Junio 2000):* Si se duplica la amplitud de un sistema que realiza un movimiento armónico simple, razone cómo varían las magnitudes siguientes del sistema:

  a) La energía total

  b) La velocidad máxima

  c) El periodo del movimiento

  d) La aceleración máxima

  e) La frecuencia angular del sistema

  Razone las respuestas.

- *(Cuestión T1 - examen Junio 2003):* Un oscilador armónico se describe mediante una función coseno con fase inicial nula. Determine, en el intervalo de un periodo, cuándo los siguientes pares de magnitudes tienen el mismo sentido:

  1) Desplazamiento y velocidad

  2) Velocidad y aceleración

  3) Desplazamiento y aceleración